

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой  
математического анализа  
Шабров С.А.



18.03.2025 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**  
**Б1.О.15 Вариационные методы в естествознании**

*Код и наименование дисциплины в соответствии с учебным планом*

**1. Код и наименование направления подготовки/специальности:**

01.04.04 Прикладная математика

**2. Профиль подготовки/специализация:** Применение математических методов к решению инженерных и экономических задач

**3. Квалификация выпускника:** магистр

**4. Форма обучения:** очная

**5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** Кафедра математического анализа

**6. Составители программы:** Паршин Максим Игоревич, кандидат физико-математических наук

*(ФИО, ученая степень, ученое звание)*

**7. Рекомендована:** научно-методическим советом математического факультета, протокол от 18.03.2025 №0500-03

*наименование рекомендующей структуры, дата, номер протокола*

**8. Учебный год:** 2026/2027

**Семестр(ы):** 3

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины:

*Целями освоения учебной дисциплины являются:*

- подготовка студентов к восприятию математического аппарата специальных дисциплин, чтению специальной литературы;
- получение базовых знаний и формирование основных навыков по применению вариационных методов в естествознании, необходимых для решения задач, возникающих в практической деятельности;
- развитие логического мышления;
- формирование необходимого уровня математической подготовки для понимания других математических дисциплин.

*Задачи учебной дисциплины:*

- овладение студентами основными математическими понятиями вариационных методов;
- выработка умений анализировать полученные результаты, решать типовые задачи, приобретение навыков со специальной математической литературой;
- формирование умений использовать математический аппарат для решения теоретических и прикладных задач.

**10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:** Дисциплина «Вариационные методы в естествознании» относится к учебным дисциплинам базовой части блока Б1 основной образовательной программы направления подготовки 01.04.04 Прикладная математика - магистр. Дисциплина «Вариационные методы в естествознании» базируется на знаниях, полученных в рамках курсов «Математический анализ», «Методы оптимизации», «Дифференциальные уравнения». Приобретенные в результате обучения знания, умения и навыки используются во многих математических и естественнонаучных дисциплинах, модулях и практиках. Полученные знания могут быть использованы при продолжении образования в аспирантуре и в дальнейшей трудовой деятельности выпускников

## 11. Планируемые результаты обучения по дисциплине (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Код	Название компетенции	Коды	Индикаторы	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы прикладной и компьютерной математики	ОПК-1.1	Определяет и анализирует источники проблемных ситуаций в экспериментальной и исследовательской деятельности	Знать: источники проблемных ситуаций в экспериментальной и исследовательской деятельности
		ОПК-1.2	Осуществляет поиск математических методов и умеет их использовать для решения прикладных задач	Уметь: осуществлять поиск математических методов и умеет их использовать для решения прикладных задач
		ОПК-1.3	Владеет навыками решения актуальных проблем прикладной математики	Владеть навыками: решения актуальных проблем прикладной математики

**12 Объем дисциплины в зачетных единицах/часах — 4 / 144.**

**Форма промежуточной аттестации – зачет с оценкой.**

**13. Виды учебной работы:**

Вид учебной работы	Трудоемкость (часы)	
	Всего	По семестрам
		3 семестр
Аудиторные занятия	44	44
в том числе: лекции	22	22
практические	22	22
лабораторные		
Самостоятельная работа	100	22
<b>Итого:</b>	<b>144</b>	<b>144</b>

**13.1. Содержание дисциплины**

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *
<b>1. Лекции</b>			
1.1	Вариационные принципы	Вариационный принцип Ферма. Принцип Гамильтона-Лагранжа.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10900">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10900</a>
1.2	Задача о струне	Получение краевой задачи о форме струны путем минимизации функционала потенциальной энергии.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10900">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10900</a>
1.3	Задача о стержне	Получение краевой задачи о форме нейтральной линии стержня. путем минимизации функционала потенциальной энергии.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10900">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10900</a>
1.4	Функция влияния задачи о струне	Получение аксиоматики функции Грина из вариационных принципов.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10900">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10900</a>
1.5	Функция влияния задачи о стержне	Получение аксиоматики функции Грина из вариационных принципов	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10900">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10900</a>
1.6	Модель «шарик-пружина»	Модель движения шарика, присоединенного к пружине с жестко закрепленных концом.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10900">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10900</a>
1.7	Уравнения движения, вариационные принципы и законы сохра-	Уравнения движения механической системы в форме Ньютона.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10900">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10900</a>

	нения в механике		
1.8	Принцип Гамильтона в механике	Принцип Гамильтона в механике. Функционал действия. Принцип наименьшего действия.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10900">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10900</a>
1.9	Маятник на свободной подвеске	Колебания системы из двух точечных масс.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10900">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10900</a>
1.10	Непотенциальные колебания	Уравнение колебаний с учетом сил трения на подвеску.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10900">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10900</a>
1.11	Малые колебания струны	Получение уравнения малых колебаний струны.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10900">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10900</a>
1.12	Вариационные принципы в электромеханике	Колебательный контур из конденсатора и катушки.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10900">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10900</a>
<b>2. Практические занятия</b>			
2.1	Вариационные принципы	Простейшие задачи из геометрической оптики.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10900">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10900</a>
2.2	Задача о струне	Различные варианты закрепления концов. Задачи на графе.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10900">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10900</a>
2.3	Задача о стержне	Различные варианты закрепления концов. Задачи на графе. Цепочки струн и стержней.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10900">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10900</a>
2.4	Функция влияния задачи о струне	Изучение свойств функции влияния.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10900">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10900</a>
2.5	Функция влияния задачи о стержне	Изучение свойств функции влияния.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10900">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10900</a>
2.6	Модель «шарик-пружина»	Получение уравнения с помощью фундаментальных физических законов и путем минимизации функционала энергии.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10900">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10900</a>
2.7	Уравнения движения, вариационные принципы и законы сохранения в механике	Уравнения движения механической системы в форме Лагранжа.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10900">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10900</a>

2.8	Принцип Гамильтона в механике	Законы сохранения и свойства пространства-времени.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10900">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10900</a>
2.9	Маятник на свободной подвеске	Колебания системы из двух точечных масс.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10900">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10900</a>
2.10	Непотенциальные колебания	Уравнение колебаний с учетом сил трения на подвеску.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10900">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10900</a>
2.11	Малые колебания струны	Формула Даламбера	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10900">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10900</a>
<b>3. Лабораторные занятия</b>			

### 13.2 Темы (разделы) дисциплины и виды занятий:

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				Всего
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	
1	Вариационные принципы	2	2	0	8	12
2	Задача о струне	2	2	0	8	12
3	Задача о стержне	2	2	0	8	12
4	Функция влияния задачи о струне	2	2	0	8	12
5	Функция влияния задачи о стержне	2	2	0	8	12
6	Модель «шарик-пружина»	2	2	0	8	12
7	Уравнения движения, вариационные принципы и законы сохранения в механике	2	2	0	8	12
8	Принцип Гамильтона в механике	2	2	0	8	12
9	Маятник на свободной подвеске	2	2	0	8	12

10	Непотенциальные колебания	2	2	0	8	12
11	Малые колебания струны	1	1	0	10	12
12	Вариационные принципы в электромеханике	1	1	0	10	12
<b>Итого:</b>		<b>22</b>	<b>22</b>	<b>0</b>	<b>100</b>	<b>144</b>

#### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Для обеспечения систематической и регулярной работы по изучению дисциплины и успешного прохождения аттестаций студенту рекомендуется придерживаться следующего порядка обучения:

1. Самостоятельно определить объем времени, необходимого для проработки каждой темы.
2. Регулярно изучать каждую тему дисциплины как по конспектам лекции, так и по рекомендованной литературе, используя различные формы индивидуальной работы.
3. Согласовывать с преподавателем виды работы по изучению дисциплины.
4. По завершении отдельных тем передавать выполненные работы (домашние задания) преподавателю.
5. При успешном прохождении рубежных контрольных испытаний студент может претендовать на сокращение программы промежуточной (итоговой) аттестации по дисциплине.

#### 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

##### а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	<i>Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах : учебное пособие / А.Б. Васильева [и др.] .— Изд. 3-е, испр. — СПб ; М. ; Краснодар : Лань, 2010 .</i>
2	<i>Морс М. Вариационное исчисление в целом / М. Морс ; пер. с англ. Л.Б. Вертгейма ; под ред. И.А. Тайманова .— М. ; Ижевск : Институт компьютерных исследований : Регулярная и хаотическая динамика, 2010</i>
3	<i>Каратеодори К. Вариационное исчисление и дифференциальные уравнения первого порядка в частных производных / К. Каратеодори ; пер. с англ. Л.Б. Вертгейма ; под ред. С.В. Болотина и И.С. Тайманова .— Москва ; Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2012</i>
4	<i>Кристалинский Р.Е. Решение вариационных задач строительной механики в системе Mathematica : учебное пособие / Р.Е. Кристалинский, Н.Н. Шапошников .— СПб. [и др.] : Лань, 2010 .</i>

##### б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
5	<i>Покорный Ю.В. Осцилляционный метод Штурма в спектральных задачах / Ю.В. По-</i>

	<i>корный [и др.] – М.: Физматлит, 2009.</i>
6	<i>Дифференциальные уравнения на геометрических графах / Ю.В. Покорный, О.М. Пенкин, В.Л. Прядиев и др. — М. : Физматлит, 2004 .— 268 с.</i>
7	<i>Покорный Ю.В. Оптимальные задачи / Ю.В. Покорный .— Воронеж : Воронеж. гос. ун-т, 2002 .— 198 с.</i>
8	<i>Покорный Ю.В. О некоторых натуральных одномерных краевых задачах : научно-методическая сказка для взрослых : научно-методическое пособие / Ю.В. Покорный, М.Б. Зверева, Т.В. Перловская .— Воронеж : Воронеж. гос. ун-т, 2007 .</i>
9	<i>Покорный Ю.В. Оптимальные задачи : [учебное пособие] / Ю.В. Покорный .— М. ; Ижевск : Регуляр. и хаотич. динамика : Ин-т компьютер. исслед., 2008 .</i>
10	<i>Тихонов А.Н. Уравнения математической физики : учебник для студ. физ.-мат. специальностей ун-тов / А.Н. Тихонов, А.А. Самарский ; Моск. гос. ун-т им. М.В. Ломоносова .— 7-е изд. — М. : Изд-во Моск. ун-та : Наука, 2004 .— 798 с.</i>

**в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)\*:**

№ п/п	Ресурс
1	Научная Зональная библиотека Воронежского государственного университета : Электронный каталог : <a href="https://www.lib.vsu.ru/">https://www.lib.vsu.ru/</a> .

**16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы** (учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных), курсовых работ и др.)

№ п/п	Источник
1	<i>Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах : учебное пособие / А.Б. Васильева [и др.] .— Изд. 3-е, испр. — СПб ; М. ; Краснодар : Лань, 2010 .</i>
2	<i>Морс М. Вариационное исчисление в целом / М. Морс ; пер. с англ. Л.Б. Вертгейма ; под ред. И.А. Тайманова .— М. ; Ижевск : Институт компьютерных исследований : Регулярная и хаотическая динамика, 2010</i>
3	<i>Каратеодори К. Вариационное исчисление и дифференциальные уравнения первого порядка в частных производных / К. Каратеодори ; пер. с англ. Л.Б. Вертгейма ; под ред. С.В. Болотина и И.С. Тайманова .— Москва ; Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2012</i>
4	<i>Кристалинский Р.Е. Решение вариационных задач строительной механики в системе Mathematica : учебное пособие / Р.Е. Кристалинский, Н.Н. Шапошников .— СПб. [и др.] : Лань, 2010 .</i>
5	<i>Покорный Ю.В. Осцилляционный метод Штурма в спектральных задачах / Ю.В. Покорный [и др.] – М.: Физматлит, 2009.</i>
6	<i>Дифференциальные уравнения на геометрических графах / Ю.В. Покорный, О.М. Пенкин, В.Л. Прядиев и др. — М. : Физматлит, 2004 .— 268 с.</i>
7	<i>Покорный Ю.В. Оптимальные задачи / Ю.В. Покорный .— Воронеж : Воронеж. гос. ун-т, 2002 .— 198 с.</i>
8	<i>Покорный Ю.В. О некоторых натуральных одномерных краевых задачах : научно-методическая сказка для взрослых : научно-методическое пособие / Ю.В. Покорный, М.Б. Зверева, Т.В. Перловская .— Воронеж : Воронеж. гос. ун-т, 2007 .</i>
9	<i>Покорный Ю.В. Оптимальные задачи : [учебное пособие] / Ю.В. Покорный .— М. ; Ижевск : Регуляр. и хаотич. динамика : Ин-т компьютер. исслед., 2008 .</i>
10	<i>Тихонов А.Н. Уравнения математической физики : учебник для студ. физ.-мат. специальностей ун-тов / А.Н. Тихонов, А.А. Самарский ; Моск. гос. ун-т им. М.В. Ломоносова .— 7-е изд. — М. : Изд-во Моск. ун-та : Наука, 2004 .— 798 с.</i>

**17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):**

При реализации дисциплины используются следующие образовательные технологии: логическое построение дисциплины, установление межпредметных связей, обозначение теоретического и практического компонентов в учебном материале, актуализация личного и учебно-профессионального опыта обучающихся, включение элементов дистанционных образовательных технологий.

В практической части курса используется стандартное современное программное обеспечение персонального компьютера.

В части освоения материала лекционных и лабораторных занятий, самостоятельной работы по отдельным разделам дисциплины, прохождения текущей и промежуточной аттестации может применяться электронное обучение и дистанционные образовательные технологии, в частности, электронный курс «*Вариационные методы в естествознании*» (URL: <https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10900>) на портале «Электронный университет ВГУ».

**18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:**

Для проведения лекционных и лабораторных занятий используются учебные аудитории. Для самостоятельной работы используется класс с компьютерной техникой (ауд. 310), расположенный на 3 этаже учебного корпуса № 1.

Компьютерный класс: специализированная мебель, маркерная доска, персональные компьютеры

Ubuntu (бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: <https://ubuntu.com/download/desktop>)

VisualStudioCommunity (бесплатное и/или свободное ПО, лицензия <https://visualstudio.microsoft.com/ru/vs/community/>); MATLABClassroom (сублицензионный контракт 3010-07/01-19 от 09.01.19);

LibreOffice (GNU Lesser General Public License (LGPL), бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: <https://ru.libreoffice.org/about-us/license/>)

В самостоятельной работе обучающиеся используют ресурсы Зональной научной библиотеки ВГУ (электронный каталог: <http://www.lib.vsu.ru>)

**19. Фонд оценочных средств:**

**19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций**

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1.	Вариационные принципы. Задача о струне. Задача о стержне. Функция влияния в задаче о струне. Функция влияния в задаче о стержне. Модель «шарик-пружина». Колебания маятника в поле силы тяжести.	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Контрольная работа, устный опрос

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
	Уравнения движения, вариационные принципы и законы сохранения в механике. Принцип Гамильтона в механике. Маятник на свободной подвеске. Потенциальные колебания. Малые колебания струны. Вариационные принципы в электромеханике			
Промежуточная аттестация форма контроля – зачет, экзамен				Перечень вопросов к экзамену

## 20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

### 20.1 Текущий контроль успеваемости

Текущая аттестация проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета.

Текущая аттестация проводится в форме контрольных работ, содержание которых приведено ниже. В ходе контрольной работы обучающемуся выдается КИМ с практическим перечнем заданий и предлагается решить данные задания. В ходе выполнения заданий нельзя пользоваться средствами связи (включая сеть Интернет) и любыми печатными материалами, ограничение по времени — 90 астрономических минут.

При текущем контроле уровень освоения учебной дисциплины и степень сформированности компетенции определяются оценками «зачтено», «не зачтено». Критерии оценивания результатов обучения при текущей аттестации.

### Контрольная работа № 1

1. Найти допустимые экстремали функционала  $\Phi(x) = \int_{-1}^0 (12tx - x'^2) dt$  при условии  $x(-1)=1, x(0)=0$

2. Найти допустимые экстремали функционала

$\Phi(x) = \int_a^b (x^2 + 2txx') dt$  при условии  $x(a)=A, x(b)=B$

1. $x_0(t) = t^5$	2. $x_0(t) = -t^3$
3. Любая функция из $C^1[a, b]$	4. Экстремалей не существует

## Контрольная работа № 2

1. Невырождена ли задача

$$\begin{cases} u^4 = f \\ u(0) = 0 \\ u'(0) = 0 \\ u(1) = 0 \\ u''(1) = 0 \end{cases}$$

2. Решить задачу Больца  $\int_0^1 x'^2 dt + ax^2(1) \rightarrow extr, x(0) = 1$

## Контрольная работа № 3

Решить изопериметрическую задачу

1.  $\int_0^1 x'^2 dt \rightarrow extr, \int_0^1 x dt = 3, x(0) = 1, x(1) = 6$

2. Найти все экстремали функционала  $J(y)$ , удовлетворяющие указанным граничным условиям

$$J(y) = \int_0^1 (e^y + xy') dx, y(0) = 0, y(1) = 1$$

Для оценивания результатов каждой контрольной работы используется **шкала**: «зачтено», «не зачтено».

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения показаны в следующей таблице:

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
При выполнении контрольной работы студент продемонстрировал в достаточной мере: знание учебного материала и владение понятийным аппаратом предмета, умение связывать теорию с практикой, применять теоретические знания для решения практических задач, умение иллюстрировать ответ примерами, фактами, данными научных исследований.	Достаточный уровень	Зачтено
При выполнении контрольной работы студент не продемонстрировал в достаточной мере: аппаратом предмета, умение связывать теорию с практикой, применять теоретические знания для решения практических задач, умение иллюстрировать ответ примерами, фактами, данными научных исследований.	–	Не зачтено

## 20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация в 3 семестре по дисциплине осуществляется в форме собеседования по экзаменационным билетам с помощью ниже приведенных оценочных средств (перечень вопросов к экзамену).

### Перечень вопросов к зачету:

№№ п/п	Темы к текущей аттестации (зачету)
1.	Вариационные принципы
2.	Задача о струне
3.	Задача о стержне
4.	Функция влияния задачи о струне
5.	Функция влияния задачи о стержне
6.	Модель «шарик-пружина»
7.	Уравнения движения, вариационные принципы и законы сохранения в механике
8.	Принцип Гамильтона в механике
9.	Маятник на свободной подвеске
10.	Непотенциальные колебани
11.	Малые колебания струны
12.	Вариационные принципы в электромеханике

Для оценивания результатов обучения на зачете используются следующие **показатели**:

- 1) знание теоретических основ и владение понятийным аппаратом;
- 2) умение решать задачи контрольных работ;
- 3) умение связывать теорию с практикой, применять теоретические знания для решения практических задач;
- 4) умение иллюстрировать ответ примерами, фактами, данными научных исследований;
- 5) успешное прохождение текущей аттестации.

Для оценивания результатов обучения на зачете используется **шкала**: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «не зачтено».

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения:

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Полное соответствие ответа обучающегося всем перечисленным показателям по каждому из вопросов контрольно-измерительного материала. Умение применять на практике методы и средства для решения типовых задач, эффективного использования ресурсов современных глобальных сетей в исследованиях.	<i>Повышенный уровень</i>	Отлично
Несоответствие ответа обучающегося одному из перечисленных показателей (к одному из вопросов контрольно-измерительного материала) и правильный ответ на дополнительный вопрос в пределах программы.	<i>Базовый уровень</i>	Хорошо
Несоответствие ответа обучающегося любым двум из перечисленных показателей и неправильный ответ на дополнительный вопрос в пределах программы.	<i>Пороговый уровень</i>	Удовлетворительно
Несоответствие ответа обучающегося любым из перечисленных показателей (в различных комбинациях по отношению к вопросам контрольно-измерительного материала).	—	Не зачтено

В ответе на основные вопросы содержатся отрывочные знания основ, способствующих решению задач профессиональной деятельности, допускаются грубые ошибки при демонстрации умений применять на практике методы для решения типовых задач.		
--	--	--

### 20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ

Задание №1.

Найти допустимые экстремали функционала  $\Phi(x) = \int_{-1}^0 (12tx - x'^2) dt$  при условии  $x(-1)=1, x(0)=0$

Ответ:  $x_0(t) = -t^3$ .

Задание №2. Найти допустимые экстремали функционала

$\Phi(x) = \int_a^b (x^2 + 2txx') dt$  при условии  $x(a)=A, x(b)=B$

1. $x_0(t) = t^5$	2. $x_0(t) = -t^3$
3. Любая функция из $C^1[a, b]$	4. Экстремалей не существует

Задание №3. Найти допустимые экстремали функционала

$\Phi(x) = \int_0^1 (t^2 x'^2) dt$  при условии  $x(0)=0, x(1)=1$ .

Ответ: Экстремали, удовлетворяющей краевым условиям, не существует.

Задание №4. Найти допустимые экстремали функционала

$\Phi(x) = \int_0^1 \frac{dt}{x'}$  при условии  $x(0)=0, x(1)=1$

Ответ:  $x_0(t) = t$ .

Задание №5. Найти допустимые экстремали функционала

$\Phi(x) = \int_0^1 e^x x'^2 dt$  при условии  $x(0)=0, x(1)=\ln 4$

Ответ:  $x_0(t) = \ln(t + 1)^2$ .

Задание №6. Невырождена ли задача

$$\begin{cases} u^4 = f \\ u(0) = 0 \\ u'(0) = 0 \\ u(1) = 0 \\ u''(1) = 0 \end{cases}$$

Ответ: Да, невырождена.

Задание №7. Решить задачу Больца  $\int_0^1 x'^2 dt + ax^2(1) \rightarrow extr, x(0) = 1$ .

Ответ:  $\hat{x}(t) = 1$ .

Задание №8. Решить изопериметрическую задачу

$$\int_0^1 x'^2 dt \rightarrow extr, \int_0^1 x dt = 3, x(0) = 1, x(1) = 6.$$

Ответ:  $\hat{x}(t) = 3t^2 + 2t + 1$ .

Задание №9. Найти все экстремали функционала  $J(y)$ , удовлетворяющие указанным граничным условиям

$$J(y) = \int_0^1 (e^y + xy') dx, y(0) = 0, y(1) = 1.$$

Ответ: Задача не имеет решения.

Задание №10. Найти все экстремали функционала  $J(y)$ , удовлетворяющие указанным граничным условиям

$$J(y) = \int_0^1 e^{-x} y''^2 dx, y(0) = 0, y'(0) = 1, y(1) = 1, y'(1) = 2e.$$

Ответ:  $y = xe^x$ .

### Критерии и шкалы оценивания заданий ФОС:

1) Задания закрытого типа (выбор одного варианта ответа, верно/неверно):

- 1 балл – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

2) Задания закрытого типа (множественный выбор):

- 2 балла – указаны все верные ответы;
- 0 баллов — указан хотя бы один неверный ответ.

3) Задания закрытого типа (на соответствие):

- 2 балла – все соответствия определены верно;
- 0 баллов – хотя бы одно сопоставление определено неверно.

4) Задания открытого типа (короткий текст):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

5) Задания открытого типа (число):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

**Задания раздела 20.3 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных результатов освоения данной дисциплины (знаний, умений, навыков).**